第 37 卷 第 0 期 中 国 电 机 工 程 学 报 Vol.37 No.0 000.00, 2017
2017 年 0 月 00 日 Proceedings of the CSEE ©2017 Chin.Soc.for Elec.Eng. 1
DOI：10.13334/j.0258-8013.pcsee.171912 文章编号：0258-8013 (2017) 00-0000-00 中图分类号：TM 712

多馈入系统强度量化机理分析及广义短路比判据

周瑀涵，辛焕海*
(浙江大学电气工程学院，浙江省 杭州市 310027)

The mechanism analysis for multi-infeed systems' strength assessment and the criterions based on generalized short-circuit ratio

ZHOU Yuhan, XIN Huanhai*
College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, Zhejiang Province, China

ABSTRACT: Multi-power-electronics-infeed systems (referred to as multi-infeed systems) are formed with similar DC and renewable energy devices or plants fed into the same AC grid together, which is a very typical power grid form in the new power systems. The system voltage support strength (referred to as system strength) is frequently used to describe the voltage response performance of multi-infeed systems considering the dynamics of the devices under the power grid disturbance. On the other hand, grid strength is a term to describe the open-loop AC grid performance without considering the dynamics of the devices. The existing studies generally assume that there is a positive correlation between grid strength and system strength, but the internal relationship between the above two has not been systematically revealed. To this end, this paper focuses on system strength issues under the small disturbance of power grid, and analyzes the analytical relations between the grid strength metrics based on generalized short-circuit ratio (gSCR) and the system strength metrics from the following three dimensions including disturbance rejection capability, small-disturbance stability, and static voltage stability. The results show that the gSCR basically reflects the maximum voltage towards current sensitivity or reactive power towards voltage sensitivity of multi-port network, and describes a comprehensive electrical distance between multiple point of interactions of the devices and ac grid equivalent center. Moreover, the difference between the gSCR and the device critical short-circuit ratio, which is related to the tolerance capacity of the device towards the ac grid, can be used to quantify the systems' stability margin and disturbance rejection margin, thus quantifying system strength. For the convenience of application and practical operation, this paper provides several sufficient conditions of the gSCR criterion, and proposes several node generalized short-circuit ratio (NgSCR) metrics, which are suitable for grid strength assessment from the perspective of each bus. Further, this paper also proves that the traditional CIGRE SCR metric is basically a special kind of NgSCR, but the criterion based on the CIGRE SCR metric is too conservative and less extensible. Finally, this paper discusses the calculation method and applicable scenes of the SCR-based metrics and the validity of the proposed metrics are also verified by several cases.

KEY WORDS： Closed loop performance; grid strength; system strength; device critical short circuit ratio

摘要： 多个外特性类似的直流和新能源等电力电子设备/场群同时馈入交流电网后形成了多电力电子馈入系统（简称多馈入系统），是新型电力系统中很典型的一种形态。系统电压支撑强度（简称系统强度）常用于描述该多馈入系统受到扰动后考虑了设备动态的电压响应性能，而电网强度则是描述不考虑设备动态的开环交流电网性能的术语。现有研究一般认为电网强度与系统强度之间存在正相关性，却并未揭示电网强度与系统强度之间的内在联系。为此，本文聚焦于电网受到小扰动后的系统强度问题，从抗扰性、小扰动稳定性以及静态电压稳定性三个角度分析了基于广义短路比的电网强度指标与系统强度指标之间的解析关系。研究表明，广义短路比本质是一种多端口网络电压对电流（或无功对电压）的最大灵敏度，是描述多个设备并网点与交流电网等效中心之间的一种综合电气距离指标，它与设备耐受电网的临界短路比之差反映了系统的稳定裕度和抗扰裕度，从而可用于量化系统强度。为了便于应用与实际操作，给出了广义短路比判据的若干个充分条件，并提出了多种从母线视角下量化电网强度的节点广义短路比指标，同时证明了传统 CIGRE 多馈入短路比本质是一种特殊的节点广义短路比，其保守性较强且场景扩展性较差。最后，对短路比的计算方法和适用场景等进行了探讨，并基于算例验证所提指标的有效性。

关键词：闭环性能；电网强度；系统强度；设备临界短路比

0 引言

随着新能源渗透率的增加，电力系统电压支撑强度下降[1]-[3]，安全稳定风险增大。为保证系统的完全稳定运行，受扰后各母线的电压动态响应需要满足一定的性能要求。

为了直观地描述系统受扰后的电压响应性能，快速评估系统的安全稳定裕度，学术界和工业界引入了“系统电压支撑强度”（简称系统强度）[4][5]的概念。如果具有较好的响应性能则认为系统强度高和裕度大，否则认为强度低。进一步，在设备动态一定的情况下，还提出了只用交流电网和设备容量信息的“电网强度”[4]-[11]概念，以描述设备间以及设备与交流网络间的耦合程度。在一些行业报告或标准

基金项目： 国家自然科学基金资助项目(No.U2166204, U22B6008)

中，如：国际大电网组织 CIGRE[6][7]、北美电力可靠性公司(NERC)[8]、澳大利亚能源市场运营商[9]、IEC[10]、IEEE[4]和我国《电力系统安全稳定导则》[11]等，都提出新能源和直流接入电网需要具备足够的电网强度，以保证系统具有足够好的响应性能或安全稳定裕度。

上述标准均默认电网强度与考虑设备动态后的系统强度或响应性能之间存在正相关性，从而可利用简单的电网强度指标来描述复杂的系统强度，并形成系统裕度的快速量化方法。其中，短路比（short circuit ratio, SCR）[4]-[11]指标来衡量电网强度较为常见。在单个电力电子设备馈入系统中（简称“单馈入系统”)，SCR 指标的定义被广泛接受。为了将 SCR 的概念推广至多个新能源/直流设备并网的馈入系统中（简称“多馈入系统”)，研究者定义了多种多馈入短路比指标，主要基于两种思路：第一种是以 CIGRE 多馈入短路比[6][7]为基础，衍生出多馈入短路比(multi-infeed SCR, MSCR)[6][12]、等效短路比(equivalent circuit-based short circuit ratio, ESCR)[7]、位置相关短路比(site-dependent short circuit ratio, SDSCR)[13]、多场站短路比(multiple renewable energy station short circuit ratio，MRSCR)[14]等指标；另一种是从系统临界稳定条件反推短路比指标的定义，如广义短路比(generalized short circuit ratio, gSCR)[15]-[17]和综合短路比(integrated short circuit ratio，ISCR)[18][19]等指标。

然而，无论是哪种多馈入短路比指标，在描述电网强度是否合适这个问题上，在学术界和工业界尚未形成共识。迄今为止，一般大家只认可短路比和系统强度间存在正相关性，但物理机理不清，导致一些标准中强制要求“系统具有合理水平的电网强度”的合理性仍存在争议。其本质原因在于，这些电网强度指标和系统动态电压响应性能之间难以解析描述，且影响机理并不清晰，故分析理论缺乏严谨性。此外，很多观点还认为，电网强度指标是个静态指标，不包含接纳设备的动态信息，静态的指标只能解决静态的问题；另外，在控制理论中，电网强度仅是一种开环的概念。而系统强度需要考虑设备的动态，是一个闭环的概念，那么为什么开环的、静态的电网强度指标可以量化闭环的、动态的系统强度，目前缺乏系统性地阐述。

为此，本文从抗扰性、小扰动稳定性和静态电压稳定性三个维度，阐述了基于广义短路比的电网强度指标与描述闭环电压响应性能的系统强度之间的解析关系，提出了基于广义短路比的系统稳定/抗扰裕度量化方法及集中判据，并给出了广义短路比指标的物理意义。为了便于应用，还提出了母线视角下量化电网强度的若干个节点广义短路比指标及分散判据。此外，针对目前短路比在复杂场景下的计算方法和适用范围也展开了讨论。最后基于两个代表性算例验证了方法及观点的正确性。

1 预备知识

1.1 D 范数及其相关概念

设 **D** 为对称正定矩阵，其诱导出的向量范数和矩阵范数分别如下。

定义 1.1（向量 D 范数）：对任意向量 $\boldsymbol{x}\in\mathbf{C}^n$，其 D 范数表示为[20]：

$$\|\boldsymbol{x}\|_D=\sqrt{\langle \boldsymbol{x},\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}\rangle}=\|\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{x}\|_2 \tag{1}$$

式中$\langle \boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\rangle$表示向量 $\boldsymbol{x}$ 和 $\boldsymbol{y}$ 的内积。$\|\cdot\|_2$ 表示向量的 2 范数。

定义 1.2（矩阵 D 范数）：对任意复空间中的矩阵 $\boldsymbol{A}\in\mathbf{C}^{n\times n}$，其诱导矩阵 D 范数定义如下：

$$\|\boldsymbol{A}\|_D=\max_{\|\boldsymbol{x}\|_D\neq\boldsymbol{0}}\frac{\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}\|_D}{\|\boldsymbol{x}\|_D} \tag{2}$$

根据定义以及与 2 范数的关系，式(2)中诱导矩阵 D 范数可表示为：

$$\|\boldsymbol{A}\|_D=\|\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}}\|_2=\bar{\sigma}(\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}})=1/\underline{\sigma}(\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}}) \tag{3}$$

其中，$\bar{\sigma}(\cdot)$和$\underline{\sigma}(\cdot)$分别为求矩阵最大和最小奇异值。

定义 1.3（传递函数矩阵 D 范数）：传递函数矩阵 $\boldsymbol{G}(s)$在频率 ω 处和诱导矩阵 D 范数分别定义为：

$$\|\boldsymbol{G}(j\omega)\|_D=\max_{\|\boldsymbol{u}\|_D\neq\boldsymbol{0}}\frac{\|\boldsymbol{G}(j\omega)\boldsymbol{u}(j\omega)\|_D}{\|\boldsymbol{u}(j\omega)\|_D} \tag{4}$$

式中 $\boldsymbol{u}(s)$表示输入扰动向量；s 表示拉普拉斯算子。

$$\|\boldsymbol{G}(j\omega)\|_{D\infty}=\max_{\forall\omega}\{\|\boldsymbol{G}(j\omega)\|_D\} \tag{5}$$

式(4)-(5)中 D 范数的计算可分别简化为：

$$\begin{aligned}\|\boldsymbol{G}(j\omega)\|_D&=\|\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{G}(j\omega)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}}\|_2\\&=\bar{\sigma}(\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{G}(j\omega)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}})=1/\underline{\sigma}(\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{G}^{-1}(j\omega)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}})\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}\|\boldsymbol{G}(j\omega)\|_{D\infty}&=\max_{\forall\omega}\{\bar{\sigma}(\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{G}(j\omega)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}})\}\\&=1/\min_{\forall\omega}\{\underline{\sigma}(\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{G}^{-1}(j\omega)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}})\}\end{aligned} \tag{7}$$

若$\|\boldsymbol{G}(j\omega)\|_{D\infty}$数值越大，表明该系统对输入扰动 $\boldsymbol{u}(s)$的放大倍数越大，系统动态响应性能越差。因此，$\|\boldsymbol{G}(j\omega)\|_{D\infty}$ 指标可用于量化系统受扰后的动态响应性能[21][22]。

为便于后文阐述，本节还引进与非负矩阵谱半径估计相关的基本定理，具体如下：

引理 1.1[23]：设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶非负矩阵，其谱半径 $\rho(\boldsymbol{A})$的估计如式(8)所示。其中，当式(8)中正整数 k 分别取 0 和 1 时，可分别得到式(9)和式(10)，且精度随着 k 值的增加而提高。

$$\min_i \frac{r_i\left(\boldsymbol{A}^{k+1}\right)}{r_i\left(\boldsymbol{A}^{k}\right)} \le \rho\left(\boldsymbol{A}\right) \le \max_i \frac{r_i\left(\boldsymbol{A}^{k+1}\right)}{r_i\left(\boldsymbol{A}^{k}\right)} \tag{8}$$

$$\min_i r_i\left(\boldsymbol{A}\right) \le \rho\left(\boldsymbol{A}\right) \le \max_i r_i\left(\boldsymbol{A}\right) \tag{9}$$

$$\min_i\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\frac{r_j\left(\boldsymbol{A}\right)}{r_i\left(\boldsymbol{A}\right)}\right) \le \rho\left(\boldsymbol{A}\right) \le \max_i\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\frac{r_j\left(\boldsymbol{A}\right)}{r_i\left(\boldsymbol{A}\right)}\right) \tag{10}$$

式中 $r_i(\boldsymbol{A})$表示矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的第 i 行行和(i=1,…, n); a_{ij} 表示矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的第 i 行第 j 列元素。

1.2 用到的一些术语和符号

为了后文描述，本节给出几个术语说明。

1） **开环（闭环）系统：** 多馈入系统中，不考虑（考虑）馈入的电力电子设备动态的系统被称为开环（闭环）系统。

2） **闭环系统电压响应性能：** 描述考虑并网设备动态后的闭环系统的响应特征。本文关注系统在正常运行状态下受到外界小扰动后的电压响应性能，以系统平衡点处的静态电压稳定性、小扰动稳定性和抗扰性三个维度描述。

3） **系统电压支撑强度（简称系统强度）：** 描述多馈入系统受扰后闭环系统电压响应性能的术语；系统强度高指系统在受到扰动后各母线电压有较好的动态响应性能，即该系统具备足够的稳定裕度或抗扰裕度。

4） **电网强度：** 区别于系统强度，是描述多馈入系统中剔除并网设备后交流电网动态特性的术语，反映了交流电网本身对并网设备的电压支撑能力；电网强度高指接入设备间及其与交流电网间的等效电气距离越小，一般用多馈入短路比量化电网强度。

5） **设备临界短路比：** 保证单设备并网满足给定性能要求所需要的电网最小短路比。它由设备本身的控制策略和参数决定，与电网无关，描述的是设备对电网强度的耐受能力。

为了增强文章的可读性，本节对正文中的部分变量和符号做统一说明：

$\boldsymbol{H}(s)$和 $\boldsymbol{T}(s)$	闭环传递函数及其分母
$\boldsymbol{D}$	设备容量构成的对角矩阵
SCR	单馈入短路比
$gSCR$	多馈入广义短路比
$MSCR$	CIGRE 多馈入短路比
$NgSCR_i^{(k)}$	母线 i 的第 k 个节点广义短路比

2 问题描述

2.1 多馈入系统及其动态性能要求

考虑如图 1 所示的多电力电子设备馈入的电力系统，其中设备包含直驱风机、光伏、SVG 等，交流网络包含线路和负荷等。考虑某些母线存在扰动注入时，将影响图 1 中各母线的电压响应性能。为了保证电力系统的安全稳定运行，要求系统具有较好的鲁棒性能，即受扰后各母线的闭环电压响应需满足一定的性能要求。

系统运行存在正常和故障两种运行状态，故闭环响应性能可按这两种状态来描述。此外，响应性能包含稳定鲁棒性和性能鲁棒性两大方面。前者是指系统中参数存在不确定性后仍然能保持稳定的能力，即对参数/未建模环节等因素摄动的忍受能力，例如线路或者控制参数建模带来的不确定性问题等（详细讨论见文献[24][25]）；后者指系统受到外界干扰后仍然可以维持较好的动态响应性能，即对扰动的忍受能力，如风电波动等带来的电压波动。

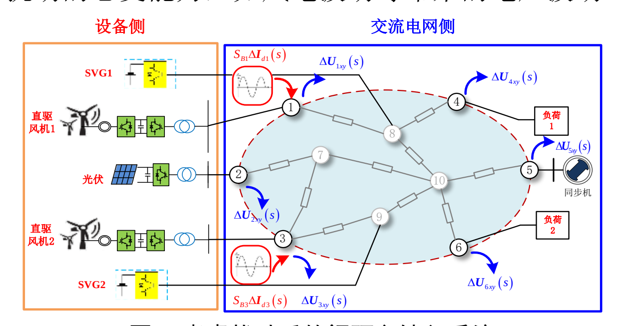


图 1 考虑扰动后的闭环多馈入系统

Fig.1 The multi-infeed system under the disturbance.

由于该系统的复杂性，本文仅侧重于分析系统的性能鲁棒性且侧重于分析系统在正常运行状态下受到外界小扰动后的闭环电压响应性能，并基于系统在平衡点处的线性化模型进行分析。具体地，系统的闭环电压响应性能包含了稳定性和抗扰性，可从零输入和零状态响应 2 个数学层面和 3 个物理层面细分为以下三个维度：

1. **静态电压稳定性。** 保证系统存在平衡点，是系统运行最基本的要求。既可看成是零输入响应，也能看成是零状态响应；

2. **小扰动稳定性。** 聚焦锁相环带宽及以下的问题，也被归类为小扰动同步稳定或电压稳定[26][27]，小扰动消失后系统仍能回到平衡点。

3. **抗扰性。** 受到外界持续性扰动时，交流母线电压响应幅值的剧烈程度，属于零状态响应。

2.2 系统强度需求

工业界常用“系统电压支撑强度”（简称系统强度）的定性概念来直观描述系统电压响应性能要求，并快速评估系统的安全稳定裕度。因此，系统安全稳定运行要求多馈入系统需要具备足够的系统强度，即该系统在遭受扰动后各母线电压需要具有较好的动态响应性能，具备足够的稳定裕度或抗扰裕度。跟上述讨论的系统响应性能对应，后文将从线

性化系统抗扰性、小扰动稳定性和静态电压稳定性三个维度探讨系统强度的问题。

需要特别强调的是，系统强度是个定性且抽象的概念，不仅适用于定性描述本文所讨论的几种性能（图 2 中红色虚线框所示），还可用于描述图 2 中考虑扰动后系统的频率、过电压等众多不利于系统安全稳定运行的问题，但本文不做进一步讨论。

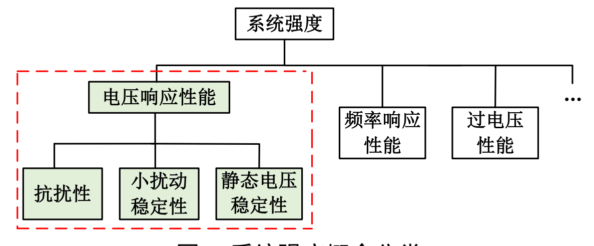


图 2 系统强度概念分类

Fig.2 System strength concept classification

2.3　电网强度需求

图 1 中的多馈入系统包含设备和交流电网两部分，当设备动态特性一定时，交流电网特性就决定了整个系统的动态特性。为了描述系统强度性质，业界还提出了只用交流电网和设备容量参数的“电网强度”概念，用于表征交流电网对接入设备的相对强弱，并用于快速直观地反映系统的动态电压响应性能或系统强度。此外，为确保多馈入系统的安全稳定运行，多个国家和组织制定了标准，强制要求新能源、直流等电力电子设备接入的电网具有足够的电网强度[4]-[11]，即对电网强度具有明确的需求，并常用短路比指标进行量化和描述。

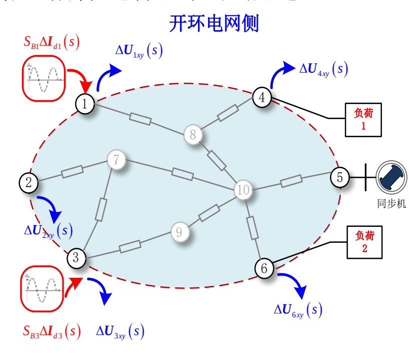


图 3　开环电网示意图

Fig.3 The open-loop grid characteristics

2.4　拟解决问题

基于以上分析可知：为保证系统在受扰后具有良好的动态响应性能，工业界常用利用闭环系统的系统强度概念来定性地描述这种能力，并进一步希望用基于开环系统的电网强度来量化。从数学上看，就是用图 3 所示的开环网络的性质来描述图 1 所示闭环系统在受扰后的电压响应性能，即利用电网强度描述系统强度。

图 4 给出了闭环电压响应性能、系统强度以及电网强度间的内在逻辑关系。其中，系统强度是希望直观描述系统闭环响应性能，而电网强度概念是基于开环系统，但电网强度与系统强度的内在关系仍然不清晰，难以定量的描述。一般认为电网强度和系统强度之间存在正相关性，即电网强度越强则系统性能越好。然而，他们之间的内在关系并不明确，这背后存在两个根本的问题需要探讨：

问题 1：开环的电网强度指标对系统闭环电压响应性能的影响机理是什么，怎么定义电网强度才能由定性的结论到定量的解析描述系统强度。

问题 2：如何仅利用开环的电网强度去量化闭环系统响应性能，并确定稳定裕度/抗扰裕度。



图 4　各术语间的逻辑关系

Fig.4 The logical relationships between multiple terms

3　系统强度描述方法

3.1　多馈入系统动态建模

为便于揭示电网强度与系统强度之间的内在联系，先考虑简单的标称多馈入系统[15]（更复杂的场景，如异构跟网型变流器、接入电网包含 SVG、构网型变流器、调相机等将在第 6 章中展开讨论），其满足如下条件：

1）设备侧各跟网型变流器的动态外特性相似；

2）交流线路具备相同的阻感比（$\tau=R/L$）；

3）除了接入设备本身的无功补偿电容，交流网中的电容对所研究的一些低频模态影响较小，并在建模中忽略。

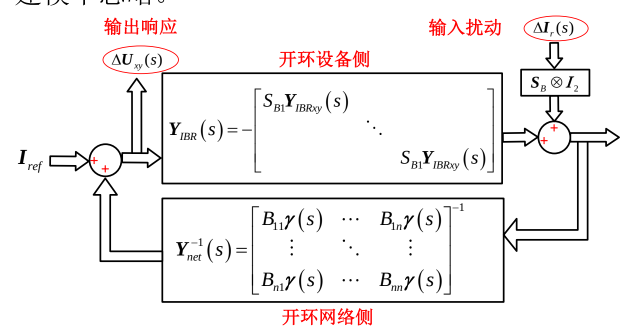


图 5　标称多馈入系统闭环传递函数模型

Fig.5 The nominal closed-loop model of *n*-infeed system

系统中包含 n 个变流器母线，m 个无源母线，a 个无穷大母线。在全局 xy 坐标系下，建立图 1 所示系统的线性化模型并消去中间母线，得到以$\Delta \boldsymbol{I}_r(s)$

为输入和$\Delta \boldsymbol{U}_{xy}(s)$为输出的闭环传递函数模型，如图5所示。其中，$\Delta \boldsymbol{U}_{xy}(s)$和$\Delta \boldsymbol{I}_{xy}(s)$分别为各设备端口电压和电流微增量构成的列向量，$\Delta \boldsymbol{I}_r(s)$表示以设备自身容量为基准归一化的电流扰动列向量，$\boldsymbol{Y}_{net}(s)$和$\boldsymbol{Y}_{IBR}(s)$分别表示交流网络和设备的传递函数矩阵。

为了便于机理分析，下面在额定工况条件下推导图5所示系统的闭环传函的表达式。对于实际非额定工况运行条件，仅需要将后文的公式换成运行下的电气值，并将短路比定义换成运行短路比定义即可，详细讨论可参考文献[28]。

首先，交流电网的端口电压微增量$\Delta \boldsymbol{U}_{xy}(s)$和电流微增量$\Delta \boldsymbol{I}_{xy}(s)$的关系满足[15]：

$$\Delta \boldsymbol{I}_{xy}=\underbrace{\left[\boldsymbol{B}\otimes \boldsymbol{\gamma}(s)\right]}_{\boldsymbol{Y}_{net}(s)}\Delta \boldsymbol{U}_{xy},\quad \boldsymbol{\gamma}(s)=\frac{1}{(s+\tau)^2/\omega_0+\omega_0}\begin{bmatrix} s+\tau & \omega_0 \\ -\omega_0 & s+\tau \end{bmatrix} \tag{11}$$

式中符号$\otimes$表示 Kronecker 积；τ表示相同的线路阻感比；ω_0为同步旋转速度；$\boldsymbol{B}\in R^{n\times n}$表示仅保留各设备母线形成的网络基频电纳矩阵，其形式为：

$$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}_{nn}-\boldsymbol{B}_{nm}\boldsymbol{B}_{mm}^{-1}\boldsymbol{B}_{mn} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{B}_{all}=\left[\begin{array}{c|c} \boldsymbol{B}_{nn} & \boldsymbol{B}_{nm} \\ \hline \boldsymbol{B}_{mn} & \boldsymbol{B}_{mm} \end{array}\right]=\left[B_{ij}\right]_{(n+m)(n+m)} \tag{13}$$

$$B_{ij}=\begin{cases} -\dfrac{1}{\omega_0 L_{ij}}, & i\neq j \\ \displaystyle\sum_{j=1}^{n+m+a}\dfrac{1}{\omega_0 L_{ij}}, & i=j \end{cases} \tag{14}$$

式中L_{ij}为母线i和j之间的电感；$\boldsymbol{B}_{all}\in R^{(n+m)(n+m)}$表示同时包括设备节点和无源节点的交流网络电纳矩阵；$\boldsymbol{B}_{nn}\in R^{n\times n}$，$\boldsymbol{B}_{nm}\in R^{n\times m}$，$\boldsymbol{B}_{mn}\in R^{m\times n}$和$\boldsymbol{B}_{mm}\in R^{m\times m}$均为矩阵$\boldsymbol{B}_{all}$的分块矩阵。

其次，设备侧的端口电压微增量$\Delta \boldsymbol{U}_{xy}(s)$和电流微增量$\Delta \boldsymbol{I}_{xy}(s)$的线性化方程可表示为[15]：

$$\Delta \boldsymbol{I}_{xy}=-\underbrace{\left[\boldsymbol{S}_B\otimes \boldsymbol{Y}_{IBRxy}(s)\right]}_{\boldsymbol{Y}_{IBR}(s)}\Delta \boldsymbol{U}_{xy} \tag{15}$$

式中$\boldsymbol{Y}_{IBRxy}(s)$表示各变流器以自身容量为基准标么化后得到的导纳传递函数矩阵；$\boldsymbol{S}_{\mathrm{B}}$=diag($S_{\mathrm{B}i}$)，$S_{\mathrm{B}i}$为设备$i$的额定容量；diag(·)表示对角矩阵。

进一步，考虑各设备端口的扰动输入与设备容量成正比，故闭环传递函数模型需考虑设备额定容量矩阵$\boldsymbol{S}_B\otimes \boldsymbol{I}_2$，其中$\boldsymbol{I}_2$表示2维单位矩阵。

最后，基于式(11)和(15)可得，输入向量$\Delta \boldsymbol{I}_r(s)$到输出向量$\Delta \boldsymbol{U}_{xy}(s)$的闭环传递函数$\boldsymbol{H}(s)$满足：

$$\begin{aligned}\Delta \boldsymbol{U}_{xy}(s)&=\left[\boldsymbol{Y}_{net}(s)+\boldsymbol{Y}_{IBR}(s)\right]^{-1}(\boldsymbol{S}_B\otimes \boldsymbol{I}_2)\Delta \boldsymbol{I}_r(s)\\ &=\left(\boldsymbol{S}_B^{-1}\boldsymbol{B}\otimes\gamma(s)+\boldsymbol{I}_n\otimes \boldsymbol{Y}_{IBRxy}(s)\right)^{-1}\Delta \boldsymbol{I}_r(s)\\ &=\boldsymbol{H}(s)\Delta \boldsymbol{I}_r(s)\end{aligned} \tag{16}$$

$$\boldsymbol{H}(s)=\left(\boldsymbol{S}_B^{-1}\boldsymbol{B}\otimes\gamma(s)+\boldsymbol{I}_n\otimes \boldsymbol{Y}_{IBRxy}(s)\right)^{-1} \tag{17}$$

3.2　闭环系统电压响应性能及系统强度描述

要分析闭环传递函数$\boldsymbol{H}(s)$的性质及系统性能，只需分析其分母$\boldsymbol{T}(s)$即可，其中$\boldsymbol{T}(s)$的表达式为：

$$\boldsymbol{T}(s)=\boldsymbol{H}^{-1}(s)=\boldsymbol{S}_B^{-1}\boldsymbol{B}\otimes\gamma(s)+\boldsymbol{I}_n\otimes \boldsymbol{Y}_{IBRxy}(s) \tag{18}$$

1.**抗扰性：**根据控制理论，闭环系统的抗扰性能由其传闭环传函的奇异值或无穷范数决定[21][22]，故本文利用$\|\boldsymbol{H}(j\omega)\|_{D\infty}$来量化（其中$\boldsymbol{D}=\boldsymbol{S}_B\otimes \boldsymbol{I}_2$）。基于式(7)，$\|\boldsymbol{H}(j\omega)\|_{D\infty}$可进一步表示为：

$$\|\boldsymbol{H}(j\omega)\|_{D\infty}=1\Big/\min_{\forall\omega}\{\underline{\sigma}(\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{T}(j\omega)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}})\} \tag{19}$$

由式(19)可得，$\|\boldsymbol{H}(j\omega)\|_{D\infty}$由矩阵$\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{T}(j\omega)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}}$在全频段上的最小奇异值$\kappa$（定义见式(20)）来描述。若$\kappa$越大，则$\|\boldsymbol{H}(j\omega)\|_{D\infty}$越小，即该闭环系统对扰动的放大倍数越小，系统的抗扰性能越好。

$$\kappa=\min_{\forall\omega}\{\underline{\sigma}(\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{T}(j\omega)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}})\} \tag{20}$$

2. 小扰动稳定性：闭环系统的小扰动稳定性由系统的特征根决定，即行列式$\det(\boldsymbol{T}(s))=0$或$\underline{\sigma}(\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{T}(s)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}})=0$的零点[15]。若系统主导特征根$s_d$位于复平面左半平面，则该系统稳定，且离虚轴越远（或s_d的阻尼比越大），系统稳定裕度越大。

3. 静态电压稳定性：令s=0，系统向稳定极限过渡时，矩阵$\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{T}(0)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}}$的最小特征值/奇异值反映了静态电压稳定裕度[29]；若系统在静态电压稳定边界时，满足$\kappa_0=\underline{\sigma}(\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{T}(0)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}})=0$。

由上述分析可知，系统的闭环电压响应性能均可由传递函数$\boldsymbol{T}(s)$的若干特性描述，具体来说：

1) 首先，令$s=j\omega$，求$\min_{\forall\omega}\{\underline{\sigma}(\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{T}(j\omega)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}})\}$得$\kappa$，来描述系统的抗扰性能，其数值不能过小；

2) 其次，解$\det(\boldsymbol{T}(s))=0$或$\underline{\sigma}(\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{T}(s)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}})=0$得系统主导特征根$s_d$，其在复平面中的位置需在左半平面且不能过于靠近虚轴（或阻尼比不能过小）；

3) 令$s=0$，由矩阵$\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{T}(0)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}}$的最小特征值或最小奇异值得$\kappa_0$，来描述当前运行点到电压稳定极限的距离，其数值不能过小。

注 1：在平衡点处的静态电压稳定性可认为是系统抗扰性和小扰动稳定性在零频段（s=0）的一种特例，也是系统抗扰性和小扰动稳定性的前提。

综上所述，为了解析地描述多馈入系统的闭环响应性能，可基于矩阵$\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{T}(s)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}}$的最小奇异值或主导特征根的阻尼比作为系统强度的量化指标。

4 电网强度与系统强度的关系

本节旨在阐述基于短路比的电网强度指标与系统强度指标间的解析关系，分析电网强度和系统强度之间的内在联系。

4.1 电网强度指标回顾

首先对电网强度量化常用的短路比指标进行简要回顾。在单馈入系统中，SCR 是学术界和工业界达成共识的电网强度量化指标。基于图 3 中交流网络的信息，存在多种不同定义形式的多馈入短路比指标：以 CIGRE 组织提出的多馈入短路比为基础而引申出的一系列指标，包括 MSCR[6][12]、ESCR[7]、SDSCR[13]和 MRSCR[14]等；从系统稳定裕度量化的角度出发，推导出广义短路比（generalized SCR，gSCR）指标[15]-[17]等。

为了便于后文讨论，本节以 CIGRE 多馈入短路比 *MSCR*（也称为 *ESCR*）和笔者前期提出的 *gSCR* 两类典型指标为例，给出指标的详细定义形式。

对于母线 *i*，$MSCR_i$ 指标的表达式为：

$$MSCR_i=\frac{1/Z_{ii}}{S_{Bi}+\sum_{j=1,j\neq i}^{n}MIIF_{ij}\cdot S_{Bj}},MIIF_{ij}=\frac{Z_{ij}}{Z_{ii}}\quad(21)$$

式中 $\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{B}^{-1}$ 表示仅包含 *n* 个设备母线的戴维南基频阻抗矩阵；Z_{ij} 为矩阵 $\boldsymbol{Z}$ 中第 *i* 行第 *j* 列的元素；$MIIF_{ij}$ 表示设备 *i* 和 *j* 之间的相互作用系数。

而 $MSCR_i$ (i=1,…, n)中的最小值 $MSCR_{min}$ 可作为多馈入系统整体的电网强度指标，具体为：

$$MSCR_{\min}=\min_{i=1,\dots,n}\{MSCR_i\}\quad(22)$$

对应的，对于 *gSCR*，其量化电网强度的指标表达式为（基于母线的指标见第 5.2 节）：

$$gSCR\triangleq\underline{\lambda}\left(\boldsymbol{S}_B^{-1}\boldsymbol{B}\right)=\underline{\sigma}\left(\boldsymbol{S}_B^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{S}_B^{-\frac{1}{2}}\right)=\bar{\sigma}^{-1}\left(\boldsymbol{S}_B^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{S}_B^{\frac{1}{2}}\right)\quad(23)$$

式中 $\underline{\lambda}(\cdot)$ 表示矩阵特征值的最小值（由于导纳矩阵的特殊性，所有特征值都为正实数[15]）。

值得一提的是，当 n=1 时，*MSCR* 和 *gSCR* 均退化为单馈入 *SCR*，其具体形式为：

$$SCR=S_B^{-1}B\quad(24)$$

4.2 广义短路比的物理意义

考虑以设备容量为基准的归一化扰动幅度以及频率 ω_r 后，交流网络电压和电流相量满足：

$$\Delta\boldsymbol{U}^{+}=j\left(\frac{\omega_r+\omega_0}{\omega_0}\right)\boldsymbol{Z}\boldsymbol{S}_B\Delta\boldsymbol{I}_r^{+}\quad(25)$$

式中 $\Delta\boldsymbol{U}^{+}$ 和 $\Delta\boldsymbol{I}_r^{+}$ 分别表示由各设备接入端口的母线电压和电流增量构成的向量。

进一步，定义 *n* 个端口电压和电流相量的综合长度分别为：

$$\left\|\Delta\boldsymbol{U}^{+}\right\|_D\triangleq\sqrt{S_{B1}\left|\Delta U_1^{+}\right|^2+\dots+S_{Bn}\left|\Delta U_n^{+}\right|^2}\quad(26)$$

$$\left\|\Delta\boldsymbol{I}_r^{+}\right\|_D\triangleq\sqrt{S_{B1}\left|\Delta I_1^{+}\right|^2+\dots+S_{Bn}\left|\Delta I_n^{+}\right|^2}\quad(27)$$

式中 ΔU_i^{+} 和 ΔI_{ri}^{+} 分别为对应向量的第 *i* 个元素。

结合式(25)-(27)可得，电压扰动对电流扰动的放大倍数 η 满足：

$$\begin{aligned}\eta&=\frac{\left\|\Delta\boldsymbol{U}^{+}\right\|_D}{\left\|\Delta\boldsymbol{I}_r^{+}\right\|_D}=\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left[S_{Bi}\left|\Delta U_i^{+}\right|^2\right]}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left[S_{Bi}\left|\Delta I_{ri}^{+}\right|^2\right]}}=\frac{\left\|\boldsymbol{S}_B^{\frac{1}{2}}\Delta\boldsymbol{U}^{+}\right\|_2}{\left\|\boldsymbol{S}_B^{\frac{1}{2}}\Delta\boldsymbol{I}_r^{+}\right\|_2}\\&=\left(\frac{\omega_r+\omega_0}{\omega_0}\right)\frac{\|\boldsymbol{S}_B^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{S}_B^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{S}_B^{\frac{1}{2}}\Delta\boldsymbol{I}_r^{+}\|_2}{\|\boldsymbol{S}_B^{\frac{1}{2}}\Delta\boldsymbol{I}_r^{+}\|_2}\\&\leq\left(\frac{\omega_r+\omega_0}{\omega_0}\right)\frac{\|\boldsymbol{S}_B^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{S}_B^{\frac{1}{2}}\|_2\|\boldsymbol{S}_B^{\frac{1}{2}}\Delta\boldsymbol{I}_r^{+}\|_2}{\|\boldsymbol{S}_B^{\frac{1}{2}}\Delta\boldsymbol{I}_r^{+}\|_2}\\&=\left(\frac{\omega_r+\omega_0}{\omega_0}\right)\left\|\boldsymbol{S}_B^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{S}_B^{\frac{1}{2}}\right\|_2=\left(\frac{\omega_r+\omega_0}{\omega_0}\right)\frac{1}{gSCR}\end{aligned}\quad(28)$$

式(28)中等号当且仅当电流向量和 $\boldsymbol{S}_B^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{S}_B^{\frac{1}{2}}$ 的最大奇异值对应的右奇异向量平行时成立。

对比式(23)和式(28)中 *gSCR* 的定义可得：

$$\frac{1}{gSCR}=\frac{\omega_0}{\omega_r+\omega_0}\max_{\|\Delta\boldsymbol{I}_r\|_D\neq 0}\left\{\frac{\left\|\Delta\boldsymbol{U}^{+}\right\|_D}{\left\|\Delta\boldsymbol{I}_r^{+}\right\|_D}\right\}\quad(29)$$

由式(29)可以发现，广义短路比的倒数等于考虑电流扰动后交流电压微增量对电流微增量的最大放大倍数。因此，*gSCR* 的物理意义是多端口交流网络电压对电流的最大灵敏度，反映了设备多个并网点与交流电网等效中心的一种综合电气距离指标。此外，基于雅克比矩阵也能得到类似的结论[30]，*gSCR* 也是多端口交流网络电压对无功增量的最大灵敏度。若 *gSCR* 数值越小，在相同的扰动下电压响应越大，即灵敏度越大，设备群到电网等效中心的综合电气距离越长；反之越短。

还值得一提的是，当式(25)中 $\omega_r=0$，*gSCR* 的倒数就是工频下交流网络的电压/电流最大灵敏度，也是基于基频阻抗网络的最大电气距离；当 $\omega_r\neq 0$ 时，*gSCR* 与宽频下的电气距离呈线性关系。

注 2： 反映网络的连接强度有很多指标，例如图半径、节点度和中心距离等[29]。另外，CIGRE、IEEE 等组织提出来的多馈入短路比指标（如 *MSCR* 等）同样也可以看成是一种描述网络连接强度的指标。遗憾的是，除了广义短路比指标外（详细分析见 4.3 节），现有研究一般较难找到这些指标与系统强度之间的解析关系，而仅仅能定性的描述，导致

这些指标在系统强度量化时仍缺乏机理解释，甚至出现错误的结论。

4.3 广义短路比与系统强度的关系

本节给出基于广义短路比的电网强度指标与系统强度指标之间的解析关系。

首先，分析 gSCR 与抗扰性的解析关系。由 3.2 节可知，多馈入系统在平衡点处的抗扰性可由传递函数 $\boldsymbol{T}(s)$求得的参数κ来表征，即：

$$\begin{aligned}\kappa &= \min_{\forall\omega}\{\underline{\sigma}(\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{T}(j\omega)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}})\} \\ &= \min_{\forall\omega}\{\underline{\sigma}[\boldsymbol{I}_n\otimes\boldsymbol{Y}_{IBRxy}(j\omega)+\boldsymbol{S}_B^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{S}_B^{-\frac{1}{2}}\otimes\gamma(j\omega)]\}\end{aligned} \tag{30}$$

由于导纳矩阵 $\boldsymbol{B}$ 是实对称正定矩阵[15]，可对式(30)中的矩阵 $\boldsymbol{S}_B^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{S}_B^{-\frac{1}{2}}$ 进行奇异值/特征值分解：

$$\boldsymbol{S}_B^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{S}_B^{-\frac{1}{2}}=\boldsymbol{U}diag(\sigma_i)\boldsymbol{V}^T \tag{31}$$

式中 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 分别为正交矩阵且满足$\boldsymbol{U}\boldsymbol{V}^T=\boldsymbol{I}_n$（因 $\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{S}_B$ 都是对称正定矩阵）；σ_i 表示矩阵第 i 个特征值/奇异值，且满足$0<\sigma_1\le\sigma_2\le\cdots\sigma_n$。由式(23)可知，最小特征值/奇异值 σ_1 即为 $gSCR$。

结合(30)和(31)可得：

$$\begin{aligned}\kappa &= \min_{\forall\omega}\left\{\underline{\sigma}[\boldsymbol{I}_n\otimes\boldsymbol{Y}_{IBRxy}(j\omega)+\boldsymbol{U}diag(\sigma_i)\boldsymbol{V}^T\otimes\gamma(j\omega)]\right\} \\ &= \min_{\forall\omega}\left\{\underline{\sigma}\left[\boldsymbol{I}_n\otimes\boldsymbol{Y}_{IBRxy}(j\omega)+diag(\sigma_i)\otimes\gamma(j\omega)\right]\right\} \\ &= \min_{\forall i}\left\{\min_{\forall\omega}\left[\underline{\sigma}\left(\boldsymbol{Y}_{IBRxy}(j\omega)+\sigma_i\cdot\gamma(j\omega)\right)\right]\right\}\end{aligned} \tag{32}$$

另一方面，基于式(18)，单馈入系统闭环传函 $\boldsymbol{H}_{single}(s)$的分母 $\boldsymbol{T}_{single}(s)$可表示为：

$$\boldsymbol{T}_{single}(s)=\boldsymbol{Y}_{IBRxy}(s)+SCR\cdot\boldsymbol{\gamma}(s) \tag{33}$$

其抗扰性可由 κ_{single} 来量化，即：

$$\kappa_{single}(SCR)=\min_{\forall\omega}\left\{\underline{\sigma}\left[\boldsymbol{Y}_{IBRxy}(j\omega)+SCR\cdot\gamma(j\omega)\right]\right\} \tag{34}$$

对比式(32)和(33)可得，多馈入系统在平衡点处的抗扰性量化问题可等价分解为 $SCR=\sigma_i$ $(i=1,\ldots,n)$的 n 个单馈入系统在平衡点处的抗扰性量化问题，也等价取决于最小 κ_{single} 值对应的单馈入系统的抗扰性。需要指出的是，对于基于 PLL 的跟网型设备来说，SCR 越小，κ_{single} 数值越小，即系统抗扰性能越差[22][25]；而对现在一些基于虚拟同步原理的设备来说可能相反。由于本文讨论的馈入设备为跟网型控制，故式(32)可由 $SCR=\sigma_1=gSCR$ 的单馈入系统对应的 κ_{single} 来简化表征，即：

$$\kappa=\min_{\forall\omega}\{\underline{\sigma}(\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{T}(j\omega)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}})=\kappa_{single}(gSCR)=0 \tag{35}$$

其次，分析 gSCR 与系统小扰动稳定性的关系。由 3.2 节可知，系统小扰动稳定性取决于特征方程或$\underline{\sigma}(\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{T}(s)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}})=0$的根，即：

$$0=\det(\boldsymbol{I}_n\otimes\left(\boldsymbol{Y}_{IBRxy}(s)\right)+\boldsymbol{S}_B^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{S}_B^{-\frac{1}{2}}\otimes\boldsymbol{\gamma}(s)) \tag{36}$$

基于式(31)，可将式(36)进行因式分解得到多个低阶方程，其物理意义是 n 馈入系统的动态可近似解耦为 n 个等效的单馈入系统的动态，且多馈入系统主导特征根 s_d满足式(37)，详细过程可参考[15]。

$$\det(\boldsymbol{T}_{single}(s))=\det(\boldsymbol{Y}_{IBRxy}(s)+gSCR\cdot\boldsymbol{\gamma}(s))=0 \tag{37}$$

因此，结合式(36)和(37)可得，多馈入系统和单馈入系统的主导特征根 s_d 和 s_d^{single} 满足如下关系：

$$s_d=s_d^{single}=\varphi(gSCR) \tag{38}$$

其中，函数$\varphi(\cdot)$是式(37)的反函数。

最后，分析广义短路比与系统的静态电压稳定性。静态电压稳定裕度由$\boldsymbol{\kappa}_0=\underline{\sigma}(\boldsymbol{D}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{T}(0)\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}})$来量化，而它是式(30)当$\omega=0$的特例，故类似式(35)，系统强度指标和广义短路比的解析关系为：

$$\boldsymbol{\kappa}_0=\boldsymbol{\kappa}_0^{single}(gSCR)=\underline{\sigma}\left[\boldsymbol{Y}_{IBRxy}(0)+gSCR\cdot\boldsymbol{\gamma}(0)\right] \tag{39}$$

综合式(35)、(38)和(39)可知，从抗扰性、小扰动稳定以及静态电压稳定角度都能得到基于 gSCR 的电网强度指标与系统强度指标间的函数解析关系。需特别强调的是，式中这些函数只取决于设备的动态特性，如宽频阻抗矩阵，而与电网无关。因此，通过广义短路比的引入，复杂的多馈入系统强度量化就可以转化为单馈入系统强度的量化问题。

4.4 电网强度和系统强度关系的总结

如前所述，系统强度和电网强度存在式(35)、(38)和(39)这种解析关系，而且这些性能函数仅由设备本身的特性决定。因此，系统强度需要由电网强度和设备动态共同决定，且当设备动态一定，仅由广义短路比这个电网强度指标就可描述系统强度。反之，仅基于开环系统的电网强度指标，无法确定系统强度和动态响应性能，故描述设备动态特性的性能函数也具有同样重要的地位[31][32]。

进一步，考虑到基于锁相控制的设备动态特性随着短路比变小而变差，故式(35)、(38)和(39)这些性能函数都是短路比的单调函数。换句话说，单个设备接入短路比大的电网，其动态性能更好；即多馈入系统的广义短路比越大，其动态性能也越好。基于这个单调特性，还能确定设备在达到给定的性能要求所需要的最小短路比（本文称之为“**设备临界短路比**”，描述了设备对电网强度的一种耐受能力），而这个临界短路比恰恰就是多馈入系统在一定性能要求下的临界广义短路比。

综合上述分析可得：针对多馈入系统，系统强度由广义短路比和设备临界短路比共同决定，两者缺一不可，可用于量化系统的动态性能及裕度；设备临界值反映设备固有特性，广义短路比反映电网的固有特性，两者匹配才能保证闭环系统具有较好的性能；当设备临界短路比一定时，开环的电网强

度指标可以反映闭环系统的性能，且可定量解析地描述系统强度，从而回答了 2.4 节中的问题 1。

5 基于广义短路比的系统强度量化分析

为了基于开环的电网强度指标量化闭环系统的稳定/抗扰裕度，本节提出了基于电网强度指标 *gSCR* 及设备临界短路比的集中判据。此外，为了满足工程上能直观对各个母线强度量化的需求，本节还提出了多个节点广义短路比指标及多个电网强度分散判据。

5.1 广义短路比集中判据

由第 4 章的分析可得，当掌握了单个设备的动态后，利用式(35)、(38)和(39)还能获得多种性能约束下 *gSCR* 指标的临界值，以表征设备对交流电网的适应性。而单馈入系统的临界值在实际工程中较容易获得[32]，而且也可以通过解析计算或仿真测试等方式获得，其获取过程为：改变单馈入系统的短路比，直到系统的闭环电压响应性能达到临界状态时，即为该设备临界短路比 SCR_0，也为该多馈入系统 *gSCR* 的临界值，记为“$CgSCR_0$”(Critical gSCR)。具体来说，当 κ_{single} 等于给定阈值时，系统抗扰性能达到给定裕度要求，对应的临界短路比记为 SCR_{10}；当 $\det(\boldsymbol{T}_{single}(s))=0$ 解得的系统主导特征根 s_d^{single} 具有给定的阻尼比时，系统小扰动稳定性达到给定裕度要求，其对应的临界短路比记为 SCR_{20}；而当 $\boldsymbol{\kappa}_0^{single}$ 达到给定阈值时，系统静态电压稳定性达到给定裕度要求，对应的临界短路比记为 SCR_{30}。

注 3：不同的系统响应性能对应的短路比临界值一般不等；在平衡点处的静态电压稳定性可认为是其抗扰性和小扰动稳定性达标的先决条件，故 SCR_{30} 的数值一般要小于 SCR_{10} 和 SCR_{20}。综合考虑这些性能，取三者中的最大值，即可得到同时满足多种性能约束的设备临界短路比 SCR_0，也作为该多馈入系统 *gSCR* 的临界值 $CgSCR_0$。

在此基础上，可基于 *gSCR* 及其临界值 $CgSCR_0$ 构成整个多馈入系统强度量化的集中判据：

集中判据：标称多馈入系统稳定/抗扰裕度可由 gSCR 及临界值 $CgSCR_0$ 的差值量化；其闭环响应性能达标的“充分必要条件”(或集中判据)可表示为：

$$gSCR \ge CgSCR_0 = SCR_0 \tag{40}$$

需要指出的是，式(40)中 *gSCR* 指标仅与交流电网和设备容量参数有关，而临界值 $CgSCR_0$ 仅与单设备动态有关，两者可以分开确定，以实现源网分离的目标，其好处是可以分别针对电网强度和设备动态提要求和措施，以确保实际系统式(40)成立。

此外，式(40)中的 *gSCR* 是一种系统级的电网强度评估指标，而系统中各母线强度的差异可间接地由 *gSCR* 关于各设备容量的灵敏度指标来量化[30]：

$$\partial gSCR/\partial S_{Bi} = -gSCR\varphi_{1i}^2 < 0\ (i=1,\cdots,n) \tag{41}$$

式中 φ_{1i} 表示矩阵 $\boldsymbol{S}_B^{-1}\boldsymbol{B}$ 最小特征值 σ_1 对应的右特征向量 $\boldsymbol{\varphi}_1$ 的第 i 个元素。

由式(41)可以发现：1) $\partial gSCR/\partial S_{Bi}$ 恒为负值，这说明任意母线处的设备容量增加均会导致 *gSCR* 数值减小；2) $\partial gSCR/\partial S_{Bi}$ 的绝对值数值越大，说明母线 i 的设备容量变化对电网强度指标来说越敏感，故 $\partial gSCR/\partial S_{Bi}$ 可用于识别系统中的薄弱母线。类似思路也能用于识别薄弱线路，具体可见[30]。

5.2 广义短路比分散判据

为了适应工程上对各个母线的量化需求，且能直观地量化薄弱母线处的强度，更便于指导实际系统的规划与运行，有必要定义不同母线处对应的强度指标，并形成分散判据。例如，现有的多馈入短路比指标如 *MSCR* 等，就是从不同母线处观察得到基于母线的一种电网强度指标，并与其临界值共同形成电网强度分散判据。然而，这种基于母线的指标及其阈值得出来的分散判据是否有效，其理论基础仍值得商榷。为解决该问题，下面推导多种节点广义短路比指标及分散判据，以找到既适应工程需求、又兼顾理论严谨性的充分条件来量化多馈入系统的稳定或抗扰裕度。下面介绍具体过程。

在广义短路比的定义中，矩阵 $\boldsymbol{S}_B^{-1}\boldsymbol{B}$ 的特征根均为正实数[15]，故该矩阵的逆矩阵 $\boldsymbol{ZS}_B$ 的最大特征根等于矩阵 $\boldsymbol{ZS}_B$ 的谱半径。因此，式(23)中的广义短路比指标可等价表示为：

$$gSCR \triangleq 1/\rho(\boldsymbol{ZS}_B) \tag{42}$$

由式(42)可知，gSCR 指标本质是非负矩阵 $\boldsymbol{ZS}_B$ 谱半径的倒数，故本节进一步基于引理 1.1 中谱半径估计的多个充分条件，推导得到适用于单个母线视角下的若干种节点广义短路比指标。

基于引理 1.1 中式(9)或式(8)（令 k=0），可得：

$$\begin{aligned} &\rho(\boldsymbol{ZS}_B) \le \max_i r_i(\boldsymbol{ZS}_B) \\ &\Rightarrow gSCR \ge \min_i \frac{1}{r_i(\boldsymbol{ZS}_B)} \end{aligned} \tag{43}$$

基于式(43)，令母线 i 的第 1 种节点广义短路比为：

$$NgSCR_i^{(1)} = \frac{1}{r_i(\boldsymbol{ZS}_B)} = \frac{1/Z_{ii}}{S_{Bi} + \sum_{j=1,j\ne i}^{n} gMIIF_{ij}^{(1)} \cdot S_{Bj}} \tag{44}$$

式中，$gMIIF_{ij}^{(1)} = Z_{ij}/Z_{ii}$。

故基于式(44)中各节点广义短路比指标，结合式(40)和(43)，可得如下判据：

分散判据 1：标称多馈入系统的稳定/抗扰裕度可由 $NgSCR_i^{(1)}$ (i=1,…, n)指标及单馈入系统临界值 SCR_0 的差值量化，且该系统闭环响应性能达标的"充分条件"（或分散判据）可表示为：

$$NgSCR_i^{(1)} \ge CgSCR_0 = SCR_0,\ i=1,\ \dots,\ n \tag{45}$$

然而，该分散判据的显著缺点是，在系统稳定/抗扰裕度量化时其具有过强的保守性，易导致量化结果存在较大误差甚至发生误判（具体可参考 7.2 节算例）。进一步，基于式(8)（令 k=1 和 2），还能衍生出另外两种新的节点广义短路比指标及其分散判据。

分散判据 2：标称多馈入系统的稳定/抗扰裕度可近似由 $NgSCR_i^{(2)}$ (i=1,…, n)指标及单馈入系统临界值 SCR_0 的差值量化，且该系统闭环响应性能达标的"充分条件"（或分散判据）可表示为：

$$NgSCR_i^{(2)} \ge CgSCR_0 = SCR_0,\ i=1,\ \dots,\ n \tag{46}$$

式中：$NgSCR_i^{(2)}$ 表示由第 2 个充分条件（令式(8)中 k=1）导出的母线 i 的第 2 种节点广义短路比指标，$NgSCR_i^{(2)}$ 的表达式为：

$$NgSCR_i^{(2)} = \frac{1/Z_{ii}}{S_{Bi} + \sum_{j=1,\, j\ne i}^{n} gMIIF_{ij}^{(2)} \cdot S_{Bj}} \tag{47}$$

其中 $gMIIF_{ij}^{(2)} = \frac{Z_{ij}}{Z_{ii}} \times \frac{NgSCR_i^{(1)}}{NgSCR_j^{(1)}}$，$NgSCR_i^{(1)}$ 见式(44)。

分散判据 3：标称多馈入系统的稳定/抗扰裕度可近似由 $NgSCR_i^{(3)}$ 指标及单馈入系统临界值 SCR₀ 的差值量化，且该系统闭环响应性能达标的"充分条件"（或分散判据）可表示为：

$$NgSCR_i^{(3)} \ge CgSCR_0 = SCR_0,\ i=1,\ \dots,\ n \tag{48}$$

式中：$NgSCR_i^{(3)}$ 表示由第 3 个充分条件（令式(8)中 k=2）导出的母线 i 的第 3 种节点广义短路比指标，其定义为：

$$NgSCR_i^{(3)} = \frac{1/Z_{ii}}{S_{Bi} + \sum_{j=1,\, j\ne i}^{n} gMIIF_{ij}^{(3)} \cdot S_{Bj}} \tag{49}$$

式中 $gMIIF_{ij}^{(3)} = \frac{Z_{ij}}{Z_{ii}} \times \frac{NgSCR_i^{(1)}}{NgSCR_j^{(1)}} \times \frac{NgSCR_i^{(2)}}{NgSCR_j^{(2)}}$，$NgSCR_i^{(1)}$ 和 $NgSCR_i^{(2)}$ 分别如式(44)和(47)所示。

由上述三种节点广义短路比指标和设备临界短路比指标可分别构成三种电网强度分散判据。由引理 1.1 可得，系统中各母线对应的节点广义短路比指标中的最小值 $NgSCR_{\min}^{(p)}$ （p=1,2,3）可看作是 $gSCR$ 指标的下限估计值，且随着 p 数值的增加，$NgSCR_{\min}^{(p)}$ 相对于 $gSCR$ 的估计精度逐渐增加，对应分散判据的保守性也逐渐下降，即分散判据 1~3 的保守性是逐渐降低的。特别地，如果系统每个母线处的 $NgSCR_i^{(p)}$ 均相等，那么分散判据和集中判据等价，此时没有保守性。这种系统在文献[16]中称之为"对称多馈入系统"。

5.3　短路比判据的讨论

观察式(44)中 $NgSCR_i^{(1)}$ 的定义，可以发现它与式(21)中 $MSCR_i$ 指标的表达式相同，故此时的节点短路比就是 CIGRE 多馈入短路比，对应的判据为：

$$MSCR_i \ge CgSCR_0 = SCR_0,\ i=1,\ \dots\ n \tag{50}$$

因此，CIGRE 多馈入短路比本质是第 1 种节点广义短路比，式(45)给出了其应用的理论基础。除了对称多馈入系统[26]，该分散判据都是充分条件非必要条件，其裕度量化结果非常保守。相比来说，所提出的第 2 种和第 3 种节点广义短路比的保守性得到了降低，既继承了 $gSCR$ 指标的理论基础，又兼具分散判据的优势。一般来说，第 2 种节点广义短路比可以兼顾计算复杂度以及准确度。

此外，虽然 CIGRE 多馈入短路比是一种特殊的节点广义短路比，但它们的理论基础是不同的。前者是基于短路电流和电路代数运算范畴，当出现复杂的无功补偿等时候，由于控制的非线性原因导致短路电流不足以反映交流电网的动态，故以 CIGRE 为基础的一系列短路比往往难以扩展到复杂场景。相比而言，广义短路比指标是基于系统各个设备的电压/电流灵敏度构成的矩阵所获得的一种诱导范数，其计算过程并不依赖故障下的短路电流。因此，该指标突破了传统多馈入短路比等基于短路电流计算思路的局限性，其定义不仅适用于以同步机为主导的传统电力系统，还可计及新型电力系统中多类型电力电子设备动态对系统稳定或抗扰裕度的影响。具体讨论可见第 6 章。

还值得一提的是，目前除了 CIGRE 多馈入短路比及其改进指标外，众多文献还提出了很多种短路比指标，但它们一般存在误用的风险。事实上，对于一个电网强度量化指标，只要其数值上与跟网设备的容量呈现逆关系，那么该指标就具备一定的合理性，因为基于该指标总是可以得出"并网设备接入容量越大，系统性能不佳"这种定性的结论。从这个角度来说，多馈入短路比可以有无穷种有逻辑自洽的定义形式，这也是这么多新指标和新概念层出不穷的原因之一。然而，为了实现定量而非定性分析，且能从机理角度理解系统强度，必须要建立多馈入短路比指标与系统强度指标之间的关联性，并依据机理确定指标临界值来量化闭环系统的稳定或抗扰裕度。

此外，从工程需求看，目前做法是固定临界值，

并利用设备临界短路比作为多馈入系统短路比的临界值。这个做法虽然便捷，但除了广义短路比外，其他短路比这么做一般仍缺乏一定的理论支撑。例如，CIGRE 多馈入短路比的临界值是随着网络结构的变化而变化的，实际工程中往往直接将设备临界短路比 1.5 或 2 等[7][32]经验值用作多馈入短路比的临界值，实际应用起来可能得到非常保守的结果。如要准确反映系统强度，其临界值只能靠反复仿真，但由于该临界值会随着电网结构和参数的变化而变化，实际应用起来非常不方便。由于上述问题，传统多馈入短路比在实际工程应用中常被诟病。

6 广义短路比的应用与讨论

6.1 多馈入系统电压响应性能及裕度量化方法

基于广义短路比的集中判据和分散判据可得，标称多馈入系统的稳定/抗扰裕度量化问题均可等价转化为以下两个子问题：

1)计算电网强度指标 *gSCR* 或 $NgSCR_i^{(p)}$ (i=1,…,n)；

2)计算设备短路比临界值 $CgSCR_0$。

其中，子问题 1 仅涉及交流电网和接入设备容量参数，子问题 2 仅涉及单个并网设备的信息，故可对电网强度和设备动态分别进行计算和测试，以量化系统稳定/抗扰裕度。步骤如下：

1) *gSCR* 或 $NgSCR_i^{(p)}$ (i=1,…,n)的计算可分为白箱法和黑箱法两种。其中白箱法理论简单，需要获取导纳矩阵 $\boldsymbol{B}$ 和设备容量矩阵 $\boldsymbol{S}_B$ 的详细信息。对于大电网来说，矩阵 $\boldsymbol{S}_B$ 的信息可基于调度运行方式获得，而导纳矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的信息受制于大型商业软件(如：BPA 等)往往难以得到，此时仍可基于数据驱动法[33]得到 $\boldsymbol{B}$ 矩阵的信息。具体来说，可基于仿真软件在各设备端口施加电流/功率扰动并测量其多端口电压响应数据以此辨识系统 $\boldsymbol{B}$ 矩阵信息。

2) $CgSCR_0$ 的计算可分别解析计算法、仿真/半实物实验法两种[15]。具体来说，当单个设备参数已知时，$CgSCR_0$ 可基于单馈入系统模型解析计算获得；若设备参数未知，但存在数字仿真模型或黑盒子控制器，$CgSCR_0$ 仍可基于单馈入系统仿真或半实物实验测试等方法来获得。

3) 在此基础上，标称多馈入系统的稳定/抗扰裕度可由 *gSCR* 或 $NgSCR_{\min}^{(p)}$ 和 $CgSCR_0$ 指标的差值 δ_m 来量化；若 δ_m 数值越大，则系统稳定/抗扰裕度越大；反之，则系统稳定/抗扰裕度越小。

综上所述，多馈入系统的稳定/抗扰裕度可转化为如图 6 所示的电网强度指标 *gSCR* 或 $NgSCR_i^{(p)}$ (i=1,…,n)计算和设备短路比临界值 $CgSCR_0$ 计算两个子问题。当设备动态确定后，$CgSCR_0$ 数值不变，即可仅利用开环的电网强度指标量化闭环系统的性能/裕度，从而为 2.4 节中的拟解决问题 2 提供了解决方案。

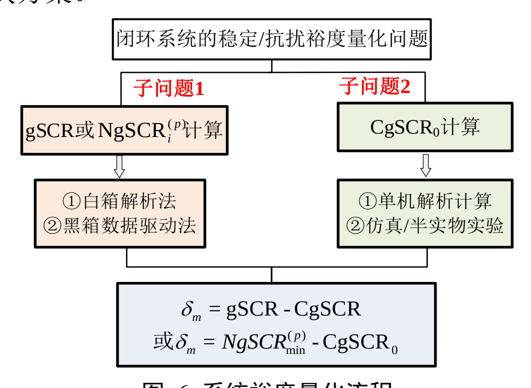


图 6 系统裕度量化流程

Fig.6 The flow of the system margin assessment

6.2 复杂场景下裕度量化方法推广

在仅有同步机的传统电力系统中，同步机提供的短路电流反映了交流网络阻抗。然而，在新型电力系统的复杂场景中，静态无功补偿等电力电子设备在故障场景下受到电流限幅环节的影响，短路电流难以考虑多类型电力电子设备对电网的电压支撑作用，难以反映实际新型电力系统的系统强度。

相比来说，广义短路比本质上反映的是多端口网络的电压/电流的最大灵敏度。当新型电力系统中包含如图 1 所示不同类型（如直驱、光伏、SVG、构网型变流器或调相机等）或不同控制策略及参数的设备时，该系统可认为是对标称多馈入系统的设备动态或交流网络动态的摄动，数学上是矩阵特征值的摄动问题，故可利用模态摄动理论对 *gSCR* 或 $CgSCR_0$ 的计算作相应修正，从而处理一些复杂场景问题。基于摄动思路，可将复杂场景下系统性能/裕度量化问题近似转化为 *gSCR* 计算和 $CgSCR_0$ 计算两个子问题。具体可细分为以下两种场景：

1）设备动态的摄动分析：当考虑跟网型变流器设备动态存在差异或考虑 SVG 接入等场景时，可认为是对标称多馈入系统中设备动态的一种模态摄动。此时 *gSCR* 计算方法仍然适用，而 $CgSCR_0$ 的计算过程需综合考虑多种类型设备的加权动态特性，并通过解析或实验方法获得 $CgSCR_0$，详细讨论可参考[24][34]。进一步，系统稳定/抗扰裕度仍可由 *gSCR* 与 $CgSCR_0$ 的差值量化。

2）网络动态的摄动分析：当考虑部分构网型变流器、调相机或多类型负荷接入等场景时，可认为是对标称多馈入系统交流网络动态的一种模态摄动。此时，$CgSCR_0$ 的计算方法仍然适用，而 *gSCR* 的计算过程需考虑构网型变流器、调相机或负荷特性对网络灵敏度的影响，详细讨论可参考[35][36]。进一步,系统稳定/抗扰裕度仍可由 *gSCR* 与 $CgSCR_0$ 的差值来量化。

表 1 多种短路比指标在系统性能/裕度量化时的对比分析

Tab.1 The comprehensive comparison and analysis of the short-circuit-ratio indexes for system performance or margin assessment

指标	指标临界值	裕度判据	判据特点	适用场景
MSCR	设备临界短路比 SCR_0	$MSCR_i \ge SCR_0$	分散判据，裕度量化存在强保守性	传统电力系统，但结果仍然过于保守
gSCR		$gSCR \ge SCR_0$	系统级判据，裕度量化准确	适用新型电力系统
$NgSCR_i^{(1)}$		$NgSCR_i^{(1)} \ge SCR_0$	分散判据，裕度量化存在强保守性	
$NgSCR_i^{(2)}$		$NgSCR_i^{(2)} \ge SCR_0$	分散判据，裕度量化存在弱保守性	
$NgSCR_i^{(3)}$		$NgSCR_i^{(3)} \ge SCR_0$	分散判据，裕度量化存在更弱保守性	

另外，CIGRE 多馈入短路比等基于短路电流得到的指标仅适合同步机主导的传统电力系统，往往难以推广至含大量电力电子设备的新型电力系统。即使在标称的多馈入系统中，基于 CIGRE 多馈入短路比的分散判据也非常保守；相比之下，基于第 2 种和第 3 种节点广义短路比的分散判据继承了 *gSCR* 指标的理论基础，可适用于新型电力系统的稳定/抗扰裕度量化问题。表 1 从指标临界值和适用场景等方面对多种短路比指标进行了梳理和对比。

6.3 短路比适用场合讨论

单馈入短路比的分析方法受到青睐，原因在于该方法分析系统动态响应性能时非常方便，可仅用交流电网和设备容量的信息就可以快速直观地反映闭环系统的动态性能。广义短路比指标继承了该优点，它与一些系统闭环动态响应性能之间存在明确解析关系，故设备的性能给定后，仅利用广义短路比指标即可快速量化闭环系统的动态性能/裕度。此外，除了系统闭环性能/裕度量化问题之外，还可将该闭环系统性能作为约束，将 *gSCR* 指标用于一些优化问题。例如，关键线路或设备的识别[30]；新能源/直流承载力评估和容量优化[37]；SVG/构网型变流器/调相机/储能装备的选址定容[34]-[36]等。

值得一提的是，为了从电压偏移角度描述电网强度，现在短路比的定义还有一种角度，即基于静态的电压偏移。例如，比较接入和不接入该设备时端口母线的电压偏移量，从而来确定电网强度[5]。例如，多场站短路比等[14]，这种思路也具有一定的道理，但它丧失了短路比指标反映闭环系统动态性能的显著优势，因为如果是静态的电压偏移问题，直接利用潮流计算不仅更加准确，而且还能处理非线性环节等问题。

还值得一提的是，短路比更适合描述特定电网结构下与馈入断面功率强相关的稳定模式，而很多稳定问题和短路比并没有强相关性。因此，无论是哪种短路比指标都存在局限性。例如：对于电容主导的高频振荡、电感电容谐振等电气谐振问题[27]，目前无法利用短路比分析。此外，故障场景下系统强度也仍有待深入研究。另外，本文讨论的短路比指标基于额定运行点，在非额定工况场景变成运行广义短路比指标，其定义可参考文献[28]。

7 算例分析

首先基于三馈入系统验证电网强度指标与系统强度的对应关系；其次，搭建某实际新能源场站的电磁暂态模型，验证多种短路比判据的有效性。

7.1 验证广义短路比与系统强度指标的关系

为了从抗扰性的角度验证 *gSCR* 与系统强度的对应关系，本节基于 MATLAB/Simulink 环境搭建如图 7 所示的三馈入系统，并对比分析在不同参数下该系统和单馈入系统对应的系统强度指标。在算例分析时，具体的扰动形式为在图 7 中各设备母线处加入容量归一化后幅值为 5%、5Hz 的周期性电流扰动 $\Delta I_r(s)$。该系统的线路参数、变流器容量参数以及相同的变流器控制/电路参数分别如附录 A 表 A1、A2 和 A3 所示。

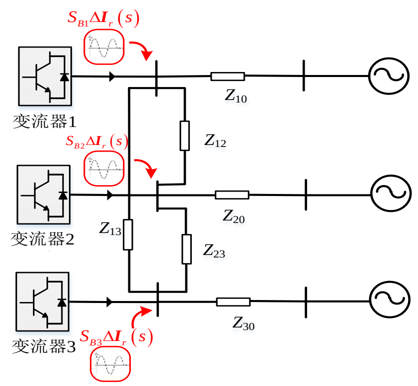


图 7 新能源三馈入系统

Fig.7 The 3-infeed renewable energy system

具体地，通过改变图 7 中 Z_{10}, Z_{20}, Z_{30} 的阻抗值，

可得到多组不同的网络参数。设 Q 表示上述阻抗值的等比例放大倍数（标称系统 Q=1）；当 Q 逐渐从 1 变化到 2 时，表 2 从抗扰性的角度给出了五组算例中三馈入系统和 SCR=$gSCR$ 的单馈入系统的系统强度指标 $\|\boldsymbol{H}(j\omega)\|_{D\infty}$ 和 $\|\boldsymbol{H}_{single}(j\omega)\|_{D\infty}$ 的数值大小。由表 2 结果显示，两者近似相等，即单馈入系统的抗扰性可量化三馈入系统的抗扰性能，故基于 $gSCR$ 的电网强度指标可描述系统强度。此外，文献[15][16]中的算例从系统小扰动稳定性的角度佐证了基于 $gSCR$ 的电网强度指标与系统强度的对应关系；文献[24], [34]-[36]中的算例讨论了复杂场景下基于 $gSCR$ 的电网强度指标与系统性能/裕度的对应关系，本文不再展开讨论。

表 2 三馈入系统和对应单馈入系统的系统强度指标

Table 2 The system strength metrics for 3-infeed system and the corresponding single-infeed system

Q	gSCR	κ_{single}	$\|\boldsymbol{H}_{single}(j\omega)\|_{D\infty}$	$\|\boldsymbol{H}(j\omega)\|_{D\infty}$
1.00	3.66	0.842	1.188	1.188
1.25	3.13	0.682	1.467	1.467
1.50	2.74	0.526	1.902	1.902
1.75	2.43	0.378	2.646	2.646
2.00	2.19	0.270	3.706	3.706

7.2 不同多馈入短路比指标的适用性验证

为对比多种短路比指标（如：$gSCR$, $MSCR_i$, $NgSCR_i^{(2)}$、$NgSCR_i^{(3)}$）在系统性能/裕度量化时的有效性，本节以系统小扰动稳定裕度量化为例，基于 CloudPSS 平台[38]搭建如图 8 所示某实际新能源场站的电磁暂态仿真模型。

该系统共包括 30 个新能源场站，其中每个场站的下标数字代表该场站内的等效变流器数目；图中节点 1~54 表示变流器节点；节点 54~93 表示系统中建立连接的中间节点；节点 94 为场站外电网等值节点。其中各变流器的容量均为 1p.u.，且相同的控制和电路参数如附录表 B1 所示。为方便分析，将系统中的节点间线路阻抗折算至 220kV 电压等级，所得标幺化网络参数参见附录 B 表 B2。

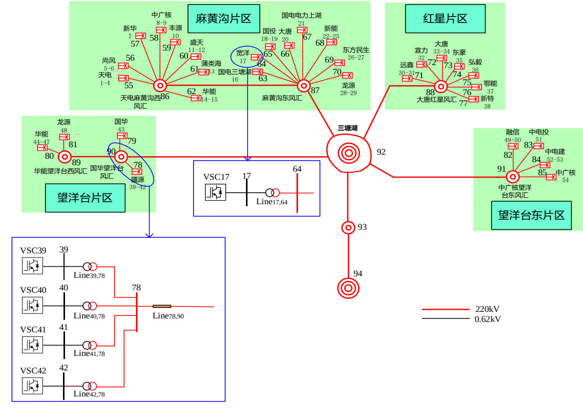


图 8 某实际新能源场站拓扑图

Fig.8 The topology of a practical renewable energy plant

首先，分析基于 $gSCR$ 及设备临界短路比 SCR_0 的集中判据的有效性。其核心问题是，需验证 SCR_0 能否准确表征实际多馈入系统的稳定边界。具体地，可通过仿真或解析的方法得到 SCR_0=1.88；多馈入系统的临界短路比 $CgSCR_0$ 也可通过实际仿真获得。当系统中各变流器选择附录 B 表 B3 中的容量参数①时，系统恰好达到临界稳定状态，此时设备有功功率、无功功率和电压的时域波形如图 9 所示，经计算 $CgSCR_0$ 为 1.93。对比 SCR_0 和 $CgSCR_0$ 的数值可知，两者近似相等，其相对误差仅为 2.6%，故设备临界短路比 SCR_0 可较为准确地表征多馈入系统的稳定边界。

表 3 给出了当系统中各变流器的容量分别选择附录 B 表 B3 中的参数②~④时，$gSCR$ 以及上述三种节点广义短路比的最小值（$MSCR_{min}$, $NgSCR_{\min}^{(2)}$, $NgSCR_{\min}^{(3)}$）。由表 3 可知，三组算例中 $gSCR$ 均大于临界值 SCR_0，故系统均满足小扰动稳定性要求。本节以该结论为依据，对比基于三种节点广义短路比（$MSCR_i$/ $NgSCR_i^{(1)}$, $NgSCR_i^{(2)}$ 和 $NgSCR_i^{(3)}$）的分散判据在系统稳定裕度量化时的有效性。

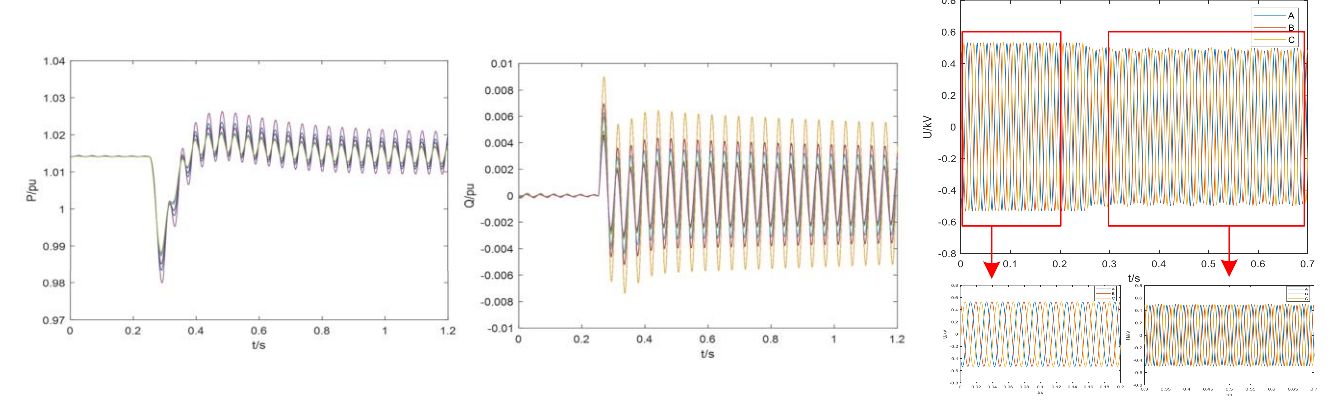


图 9 各设备有功功率、无功功率和电压幅值的时域波形(容量参数①)

Fig.9 Time domain waveform of active power, reactive power and voltage amplitude of each device (capacity parameter ①)

表 3 容量参数选择②~④时的指标数值及相对误差

Tab.3 The values of indexes and their relative errors under the capacity parameter ②~④

容量参数编号	$gSCR$	SCR_0	$MSCR_{min}$		$NgSCR_{min}^{(2)}$		$NgSCR_{min}^{(3)}$	
			指标数值	相对误差	指标数值	相对误差	指标数值	相对误差
②	3.93	1.88	2.91	26.0%	3.54	9.9%	3.78	3.8%
③	2.95	1.88	2.16	26.8%	2.65	10.2%	2.83	4.1%
④	2.11	1.88	1.55	26.5%	1.89	10.4%	2.02	4.3%

当选择容量参数②或③时，$MSCR_{min}$，$NgSCR_{min}^{(2)}$和 $NgSCR_{min}^{(3)}$ 均大于 SCR_0，说明上述三种分散判据均能正确判断系统的稳定性，即上述分散判据均具备一定有效性。但当选择容量参数④时，$MSCR_{min}$ 小于 SCR_0，将导致系统稳定性发生误判，且 $MSCR_{min}$ 相较于 $gSCR$ 的最大相对误差高达 26.8%，据此说明基于第 1 种节点广义短路比的分散判据具备较强的保守性。相比而言，$NgSCR_{min}^{(2)}$ 和 $NgSCR_{min}^{(3)}$ 仍大于 SCR_0，仍能正确判断系统的稳定性，且 $NgSCR_{min}^{(2)}$，$NgSCR_{min}^{(3)}$ 相较于 $gSCR$ 的最大相对误差分别降至 10.4%和 4.3%，据此说明：在系统性能/裕度量化时，基于第 2 种和第 3 种节点广义短路比的分散判据的保守性得到了显著降低，佐证了文中结论的有效性。

8 结论

1) 系统强度用于描述系统受扰后计及设备动态的闭环系统响应性能，而电网强度是用于表征不考虑设备动态的开环交流网络的响应特性。若要仅用电网强度快速反映系统强度，前提是电网强度指标与系统强度指标之间存在明确的对应关系，且指标临界值易获得。广义短路比可以在系统抗扰性、小扰动稳定性和静态电压稳定性这三个角度与系统强度和响应性能之间建立解析关系，其临界值为设备的临界短路比，在用于系统强度和稳定分析时具备理论严谨和计算简单的优势。另外，广义短路比计算仅用交流电网和设备容量参数，而临界值取决于设备的短路比耐受能力，故可以对电网强度和设备动态分别制定规范，以源网分离的手段来保证系统具有足够的性能裕度。

2) 传统多馈入短路比指标基于短路电流分析，其理论基础是代数方程。如交流电网存在大量无功补偿等设备引入的非线性环节，短路电流不足以反映交流电网的动态，导致传统多馈入短路比与系统强度间的解析关系难以被找到，难以被扩展应用于包含静态无功补偿等电力电子设备的新型电力系统。相比而言，广义短路比指标本质是多端口网络电压电流的最大灵敏度，其计算原理突破了传统基于短路电流的限制，而且由于理论基础是多变量频域分析和矩阵论，故借助矩阵性质可以使其应用场合更加通用，如无常规电源支撑可再生能源基地直流送出系统和混合直流多馈入系统的分析和量化问题等。

3) 设备临界短路比在工程上容易获得，所以多馈入短路比的临界值常常以设备临界短路比为基础。但是就传统多馈入短路比及其派生的短路比来说，若将设备临界短路比也作为多馈入短路比的临界值，一般是缺乏理论依据的。实际上，在接入线性电网简单场景时，CIGRE 多馈入短路比是本文提出的多种节点短路比中保守程度较高的一种，且保守程度不定；如果接入的电网含有负荷、SVG 等非线性元件时，其理论基础尚未找到。相比而言，其他两种节点广义短路比判据的保守性更低，且机理上可解释，不仅具有分散判据的特点，还具有广义短路比适应复杂场景的优势。

4) 基于短路比的分析方法适合于多馈入系统中与馈入断面强相关的问题，故应用场合也具有局限性，如：针对电容主导的高频振荡、电感电容谐振等电气谐振问题与短路比之间并没有强相关性。因此，进行大规模系统的分析和应用时，明确短路比的适应机理和适应场合至关重要。

致 谢

衷心感谢美国北达科达州立大学吴荻教授、清华大学沈沉和刘锋教授、中国电科院秦晓辉和屠竞哲教高、南方电网科学研究院傅闯教高和清华四川能源互联网研究院于智同等专家朋友对文中机理分析及仿真验证提供的指导和帮助！

参考文献

[1] 周孝信，鲁宗相，刘应梅，等．中国未来电网的发展模式和关键技术[J]．中国电机工程学报，2014，34(29): 4999-5008.
ZHOU Xiaoxin, LU Zongxiang, LIU Yingmei, et al. Development models and key technologies of future grid in China[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(29): 4999-5008 (in Chinese).

[2] 马宁宁，谢小荣，贺静波，等．高比例新能源和电力电子设备电力系统的宽频振荡研究综述[J]．中国电机工程学报, 2020, 40(15): 12.
MA Ningning, XIE Xiaorong, HE Jingbo, et al, Review of wide-band oscillation in renewable and power electronics highly integrated power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(15): 12 (in Chinese).

[3] 王旭斌，杜文娟，王海风．弱连接条件下并网 VSC 系统稳定性分析研究综述[J]．中国电机工程学报，2018，38(06): 1593-1604.

WANG Xubin, DU Wenjuan, WANG Haifeng. Stability analysis of grid-tied VSC systems under weak connection conditions[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(06): 1593-1604 (in Chinese).
[4] IEEE Standard for Interconnection and Interoperability of Inverter-Based Resources (IBRs) Interconnecting with Associated Transmission Electric Power Systems. IEEE Std 2800-2022, vol., no., pp.1-180, 22 April 2022.
[5] 徐政.新型电力系统背景下电网强度的合理定义及其计算方法[J]. 高电压技术, 2022, 48(10): 3805-3819.
XU Zheng. Reasonable definition and calculation method of power grid strength under the back ground of new type power systems[J]. High Voltage Engineering, 2022, 48(10): 3805-3819 (in Chinese).
[6] Davies J B. Systems with multiple DC infeed[J]. ELECTRA, 2007(233): 14-19.
[7] C.W.G. B4. 62, Connection of wind farms to weak ac networks. CIGRE Tech. Brochure 671, pp. 89–120, 2016.
[8] NERC Integrating Inverter-Based Resources into Low Short Circuit Strength Systems. December 2017.
[9] Australian Energy Market Operator. Grid strength requirements methodology grid strength requirements & fault level shortfalls. 2018.
[10] BS EN IEC 62934. Grid integration of renewable energy generation: Terms and definitions, 2021.
[11] GB38755-2019 电力系统安全稳定导则[S]. 北京：中国标准出版社, 2019.
GB38755-2019. Code on security and stability for power system[S]. Beijing: Standards Press of China, 2019 (in Chinese).
[12] 林伟芳，汤涌，卜广全. 多馈入交直流系统短路比的定义和应用[J]. 中国电机工程学报, 2008(31): 1-8.
LIN Weifang, TANG Yong, PU Guangquan. Definition and application of short circuit ratio for multi-infeed AC/DC power systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2008(31): 1-8. (in Chinese).
[13] WU Di, LI Gangan, JAVADI Milad, et al. Assessing impact of renewable energy integration on system strength using site-dependent short circuit ratio[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, vol. 9, no. 3, pp. 1072-1080, July 2018.
[14] 孙华东，徐式蕴，许涛，等. 新能源多场站短路比定义及指标[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(2):497-506.
SUN Huadong, XU Shiyun, XU Tao, et al. Definition and index of short circuit ratio for multiple renewable energy stations[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(2):497-506 (in Chinese).
[15] DONG Wei, XIN Huanhai, WU Di, et al. Small signal stability analysis of multi-infeed power electronic systems based on grid strength assessment[J]. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 34, no. 2, pp. 1393-1403, March 2019.
[16] 辛焕海，甘德强，鞠平. 多馈入电力系统广义短路比：多样化新能源场景[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(17): 5516-27.
XIN Huanhai, GAN Deqiang, JU Ping. Generalized short circuit ratio of power systems with multiple power electronic devices：analysis for various renewable power generations[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(17)：5516-5526 (in Chinese).
[17] 辛焕海，章枫，于洋，等. 多馈入直流系统广义短路比：定义与理论分析[J].中国电机工程学报，2016, 36(03): 633-647.
XIN Huanhai, ZHANG Feng, YU Yang, et al. Generalized short circuit ratio for multi-infeed DC systems: definition and theoretical analysis[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(03): 633-647 (in Chinese).
[18] 肖浩,李银红,石东源，等. 适用于多馈入直流系统静态电压稳定分析的综合短路比强度指标[J].中国电机工程学报, 2017, 37(22): 6471-6480+6759.
XIAO Hao, LI Yinhong, SHI Dongyuan, et al. Integrated short circuit ratio strength index for static voltage stability analysis of multi-infeed LCC-HVDC Systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(22): 6471-6480+6759. (in Chinese).
[19] B. Franken and G. Andersson. Analysis of HVDC converters connected to weak ac systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1990, 5(1): 235-242.
[20] 王世轩. D 内积空间下 AX=B 的对称（反对称）解及其最佳逼近[D]. 湖南大学, 2008.
WANG shixuan. The symmetric or antisymmetric solution of AX=B in D inner space and the optical approximation[D]. Hunan University, 2008 (in Chinese).
[21] S. Skogestad and I. Postlethwaite, Multivariable Feedback Control: Analysis and Design[M]. vol. 2. New York, NY, USA: Wiley, 2007.
[22] HUANG Linbin, XIN Huanhai, and F. Dörfler. H∞-Control of Grid-Connected Converters: Design, Objectives and Decentralized Stability Certificates[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, vol. 11, no. 5, pp. 3805-3816, Sept. 2020.
[23] John Wiley&Sons, Nonnegative Matrices[M]. USA: Library of Congress Cataloging in Publication Data, 1988.
[24] ZHOU Yuhan, XIN Huanhai, WU Di, et al. Small-signal stability assessment of heterogeneous grid-following converter power systems based on grid strength analysis[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2022, doi: 10.1109/TPWRS.2022. 3183005.
[25] 王冠中，董炜，周瑀涵，等. 电网强度视角下的新能源电力系统鲁棒稳定分析[J/OL].中国电机工程学报: 1-11. DOI: 10.13334/j.02588013.pcsee.212327.
WANG Guangzhong, DONG Wei, ZHOU Yuhan, et al. Robust Stability Analysis for Renewable Energy Power Systems from Perspective of Grid Strength[J]. Proceedings of the CSEE: 1-11. DOI: 10.13334/j.02588013.pcsee.2123 27 (in Chinese).
[26] 黄林彬，辛焕海，鞠平，等. 电力电子并网装备的同步稳定分析与统一同步控制结构[J].电力自动化设备，2020, 40(09): 10-25.
HUANG Linbin, XIN Huanhai, JU Ping, et al. Synchronization stability analysis and unified synchronization control structure of grid-connected power electronic devices[J]. Electric Power Automation Equipment, 2020, 40(09): 10-25 (in Chinese)．.
[27] 宫泽旭,艾力西尔·亚尔买买提,辛焕海，等.新能源电力系统并网设备小扰动同步稳定分析(二)：导出机理与稳定性分类探讨[J].中国电机工程学报, 2022.
GONG Zexu, YAERMAIMAITI Ailixier, XIN Huanhai, et al. Small Signal Stability Analysis of Grid-connected Equipment in Power System (Part II): Discussion on Mechanism Derivation and Classification of Stability[J]. Proceedings of the CSEE, 2022(in Chinese).
[28] 章枫. 基于广义短路比的交直流电力系统电压稳定性分析[D]. 浙江大学, 2019.
ZHANG Feng. AC/DC power system voltage stability analysis based on generalized short circuit ratio[D]. Zhejiang University, 2019 (in Chinese).
[29] KUNDUR P. Power system stability and control[M]. McGraw-Hill Professional, 1994.
[30] 董炜. 弱同步电网中新能源并网系统的复电路建模与小干扰稳定性分析[D]. 浙江大学, 2019.
DONG Wei. Modelling and small signal stability analysis based on circuit for renewable energy integrated systems in weakly synchronized grid[D]. Zhejiang University, 2019 (in Chinese).

[31] 洪敏. 弱电网下双馈风机的同步控制动态特性及其协调控制策略研究[D]. 浙江大学, 2017.
Research on the dynamic behaviors of DFIG wind turbines in weak grids with synchronized control and its coordinated control strategy[D]. Zhejiang University, 2017 (in Chinese).

[32] 刘浩芳，朱艺颖，刘琳，等. 新能源机组的电网强度适应性及暂态响应特性测试方案[J]. 电力系统自动化, 2022, 46(21): 179-185.
LIU Haofang, ZHU Yiying, LIU Lin, et al. Test scheme for power grid strength adaptability and transient response characteristics of renewable energy unit [J]. Automation of Electric Power Systems, 2022,46(21):179-185 (in Chinese).

[33] HUANG Linbin, XIN Huanhai, et al. Identification of Generalized Short-Circuit Ratio for online Stability Monitoring of Wind Farms. [J]. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 35, no. 4, pp. 3282-3285, July 2020.

[34] 袁辉，辛焕海，王冠中，等. 含 SVG 的新能源多馈入系统振荡分析和广义短路比计算[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(14): 38-46.
YUAN Hui, XIN Huanhai, WANG Guanzhong, et al. Analysis on Oscillation of Multi-infeed System with Renewable Energy and Static Var Generator and Calculation of Its Generalized Short-circuit Ratio [J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(14): 38-46 (in Chinese).

[35] YANG Chaoran, HUANG Linbin, XIN Huanhai et al. Placing grid-forming converters to enhance small signal stability of PLL-integrated power systems [J]. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 36, no. 4, pp. 3563-3573, 2021.

[36] 王康，李子恒，杨超然,等. 面向大型新能源基地小干扰稳定性提升的调相机选址方法[J]. 电力系统自动化, 2022, 46(4): 9.
WANG Kang, LI Ziheng, YANG Chaoran, et al. Optimal configuration of synchronous condensers to improve the small signal stability of multiple renewable-energy grid-connected converters system[J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(4):9 (in Chinese).

[37] YUAN Hui, XIN Huanhai, WU Di, et al. Assessing maximal capacity of grid-following converters with grid strength constraints [J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, vol. 13, no. 4, pp. 2119-2132, 2022.

[38] 陈颖，高仕林，宋炎侃，等. 面向新型电力系统的高性能电磁暂态云仿真技术[J]. 中国电机工程学报, 2022.
CHEN Ying, GAO Shilin, SONG Yankan, et al. High-performance Electromagnetic Transient Simulation for New-type Power System Based on Cloud Computing[J]. Proceedings of the CSEE, 2022 (in Chinese).

收稿日期：



作者简介：
周瑀涵(1996)，男，博士研究生，主要研究方向为：新能源并网稳定性分析与控制。E-mail：zhouyuhan@zju.edu.cn；
*通信作者：辛焕海(1981)，男，教授，博士生导师，主要研究方向：新能源电力系统稳定性分析与控制; xinhh@zju.edu.cn。



附录 A

表 A1　三馈入系统线路阻抗标幺值参数

Table A1 Line impedance parameters of 3-infeed system (p.u.)

阻抗	标幺值	阻抗	标幺值	阻抗	标幺值
Z10	0.05	Z20	0.25	Z30	0.30
Z12	0.05	Z13	0.25	Z23	0.30

表 A2　三馈入系统变流器容量参数

Table A2 Converters' capacities of 3-infeed system (p.u.)

	设备 1	设备 2	设备 3
S_{Bi}	1.0	1.5	2.5

表 A3　变流器控制参数

Table A3 Control and circuit parameters of converters

符号	内容	数值
S, U_N	交流系统额定容量、电压	1500kVA, 690V
S_B	电力电子设备额定容量	1500kVA
U_{dc}	直流侧额定电压	1100V
C_{dc}	直流侧电容	0.038p.u.
L_f	滤波电感	0.05p.u.
C_f, R_d	滤波电容和电阻	0.05p.u., 0 p.u.
$H_{dc}(s)$	直流电压外环传递函数	0.5+5/s
$H_i(s)$	电流内环传递函数	1+10/s
$H_{pll}(s)$	锁相环传递函数	20+9500/s
P, Q	有功和无功输出	1p.u.,0p.u.

附录 B

表 B1　变流器控制和电路参数

Table B1 Control and circuit parameters of converters

符号	内容	数值
S, U_N	交流系统额定容量、电压	1000kVA, 620V
S_B	电力电子设备额定容量	1500kVA
U_{dc}	直流侧额定电压	1100V
C_{dc}	直流侧电容	0.1089p.u.
L_f	滤波电感	0.1225p.u.
C_f, R_d	滤波电容和电阻	0.0604p.u., 0 p.u.
$H_{dc}(s)$	直流电压外环传递函数	5+20/s
$H_i(s)$	电流内环传递函数	0.5+50/s
$H_{pll}(s)$	锁相环传递函数	25+18000/s
P, Q	有功和无功输出	1p.u.,0p.u.

表 B2　CloudPSS 场站电磁暂态仿真模型参数

Table B2 Parameters of electromagnetic transient plant simulation model based on CloudPSS (p.u.)

$X_{57,86}$=0.00176	$X_{61,86}$=0.00127	$X_{65,87}$=0.00174	$X_{69,87}$=0.00012
$X_{73,88}$=0.00114	$X_{77,88}$=0.00061	$X_{81,89}$=0.00164	$X_{85,91}$=0.00098
$X_{88,92}$=0.00506	$X_{93,94}$=0.00300	$X_{58,86}$=0.00246	$X_{62,86}$=0.00066
$X_{66,87}$=0.00140	$X_{70,87}$=0.00038	$X_{74,88}$=0.00098	$X_{78,90}$=0.03245
$X_{82,91}$=0.00114	$X_{86,87}$=0.00518	$X_{90,92}$=0.00506	$X_{55,86}$=0.00018
$X_{59,86}$=0.00213	$X_{63,87}$=0.00079	$X_{67,87}$=0.00108	$X_{71,88}$=0.00189
$X_{75,88}$=0.00061	$X_{79,90}$=0.00164	$X_{83,91}$=0.00098	$X_{89,90}$=0.00518
$X_{91,92}$=0.00506	$X_{64,87}$=0.00234	$X_{68,87}$=0.03245	$X_{72,88}$=0.00164
$X_{76,88}$=0.00098	$X_{80,89}$=0.00014	$X_{84,91}$=0.00114	$X_{56,86}$=0.00076
$X_{60,86}$=0.00148	$X_{87,92}$=0.00506	$X_{92,93}$=0.00226	τ=0
各变流器升压变压器阻抗=0.06667			

表 B3　某实际新能源场站各区域内各变流器的容量参数

Table B3 Parameters of converters' capacity in each area in the practical renewable energy plant (p.u.)

容量/p.u.	麻黄沟片区	红星片区	望洋台片区	望洋台东片区
①	1.0	1.0	1.0	1.0
②	0.5	0.3	0.5	0.6
③	0.7	0.4	0.5	0.6
④	1.0	0.6	0.6	0.6